

# **CONTRIBUIÇÕES DO USO DE MANIPULÁVEIS COMO ESTRATÉGIA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS SOBRE O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO**

CONTRIBUTIONS OF THE USE OF MANIPULABLE AS A STRATEGY IN SOLVING  
PROBLEMS ON THE MULTIPLICATION PRINCIPLE

Luciane Ribeiro da Silva<sup>1</sup>  
Jamille Vilas Bôas<sup>2</sup>

## **RESUMO**

Este trabalho é uma pesquisa qualitativa utilizando materiais manipuláveis como recurso pedagógico na resolução de problemas matemáticos sobre o Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Foram analisadas possíveis contribuições do material manipulável na resolução de problemas sobre o PFC. Para o desenvolvimento do estudo optamos por realizar um experimento de ensino, que teve a presença de alguns alunos do ensino médio, em que foram motivados a resolver alguns problemas tendo como subsídio o material manipulável. Para a análise dos dados coletados, foram averiguadas as falas dos participantes e suas posturas e o método utilizado por eles durante a resolução das questões propostas. Como considerações finais, percebemos que a mesma contribuiu para a aprendizagem do assunto explorado, mostrando que a Resolução de Problemas e o uso dos materiais manipuláveis auxiliaram na compreensão deste conteúdo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Materiais manipuláveis. Combinatória. Resolução de problemas.

## **ABSTRACT**

This work is a qualitative research using manipulatives as a pedagogical resource in solving mathematical problems on the Fundamental Principle of Counting (PFC). Possible contributions of the manipulatives in the resolution of problems on the PFC were analyzed. For the development of the study we chose to carry out a teaching experiment, which had the presence of some high school students, in which they were motivated to solve some problems having as a subsidy the manipulatives. For the analysis of the collected data, the participants' statements and their postures and the method used by them during the resolution of the proposed questions were verified. As final considerations, we realized that it

---

<sup>1</sup> Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal da Bahia. Especialista em Ensino de Matemática pelo Instituto Cândido Sales.

<sup>2</sup> Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências. Professora de Matemática do Instituto Federal da Bahia.

contributed to the learning of the subject explored, showing that Problem Solving and the use of manipulative materials helped to understand this content.

KEY WORDS: Manipulable materials. Combinatorics. Problem solving.

## 1. INTRODUÇÃO

Hariki (1996) indica a Análise Combinatória como um tema considerado difícil tanto por alunos quanto por professores, mesmo que, na maioria dos problemas de contagem requeiram apenas conhecimentos básicos de adição e multiplicação. Esse assunto possui diversas aplicabilidades no cotidiano e as técnicas de resolução de problemas que abrange a Análise Combinatória podem auxiliar no desenvolvimento de várias áreas de conhecimento.

O ensino deste tópico auxilia no desenvolvimento do raciocínio combinatório. Borba (2010) descreve o raciocínio combinatório como um modo de pensar existente em contextos, em que, são estabelecidos conjuntos, que "deve-se agrupar os elementos dos mesmos, de modo a atender critérios específicos (de escolha e/ou ordenação dos elementos) e determinar-se – direta ou indiretamente – o número total de agrupamentos possíveis". Este tipo de raciocínio permite a análise de diversas possibilidades para um problema, enumera e procura a melhor solução, através de um planejamento adequado.

Como o assunto Análise Combinatória é muito amplo, optamos neste trabalho por estudar sobre o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) e analisar as contribuições trazidas por materiais manipuláveis<sup>3</sup> para a resolução de problemas pelos alunos neste contato. Segundo Lima e seus colaboradores (2013, p. 142), o PFC pode ser descrito como "se uma decisão  $D_1$  pode ser tomada de  $p$  modos e, qualquer que seja essa escolha, a decisão  $D_2$  pode ser tomada de  $q$  modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões  $D_1$  e  $D_2$  é igual a  $pq$ ".

No decorrer da pesquisa desenvolvemos um experimento de ensino, com algumas situações problemas em que alunos foram motivados a resolvê-las de maneiras diferenciadas, e que os estimulassem a entender o conteúdo do Princípio Fundamental da Contagem.

Esta pesquisa tem o desafio de trabalhar com a resolução de problemas envolvendo o Princípio Fundamental da Contagem com o auxílio dos materiais manipuláveis, no intuito de tornar as aulas mais motivadoras ao desenvolver o conteúdo de Análise Combinatória de modo mais significativo e lúdico. O objetivo dessa pesquisa é analisar contribuições do uso de materiais manipuláveis na solução de problemas envolvendo o Princípio Fundamental da Contagem. Com o subsídio desse recurso didático, iremos investigar como os alunos conseguem lidar com os materiais manipuláveis para a resolução de problemas envolvendo o Princípio Multiplicativo.

Através desse estudo, o leitor é convidado a refletir sobre este procedimento didático que poderá favorecer o aprendizado do aluno, além de torná-lo um agente construtor de seu

---

<sup>3</sup> Segundo Reys (1971, apud MATOS; SERRAZINA, 1996), o material manipulável é um importante material didático e consiste em um objeto que o aluno pode tocar, sentir, manipular e pode representar uma ideia. Posteriormente esse assunto será melhor discutido.

aprendizado. Esse estudo tentará possibilitar a exploração de alternativas para tornar o estudo desse tema mais expressivo. Esperamos contribuir também para a prática de professores que venham a ministrar esse conteúdo no ensino básico e ajude aos alunos a compreender melhor o assunto, aproveitando os conhecimentos básicos em matemática que os mesmos trazem desde o início de sua vida escolar.

## 2. MATERIAIS MANIPULÁVEIS

O material didático é de grande importância para o ensino de Matemática, este é um grande facilitador na aprendizagem do discente, e a depender do material, consegue deixar as aulas bem mais animadas e agradáveis, superando o modo formal que envolve essa disciplina. Vilas Bôas (2011) aponta que o uso de manipuláveis pode servir ao propósito de enriquecer os conhecimentos dos alunos, para ela os discentes podem desenvolver suas afirmações fundamentadas nas práticas e observações executadas no manipulável.

Segundo Reys (1971, apud MATOS; SERRAZINA, 1996), o material manipulável é um importante material didático e consiste em um objeto que o aluno pode tocar, sentir, manipular e pode representar uma ideia. Não é possível garantir que o material manipulável pode ser considerado eficaz, mas o material pode atuar como contribuinte para uma aprendizagem mais significativa e mais atraente (LORENZATO, 2006).

O de uso materiais manipuláveis, dessa forma, pode proporcionar uma abordagem clara dos conteúdos e tornar as aulas de Matemática mais atraentes. As atividades que proporcionam contato com manipuláveis podem permitir que os alunos construam os conhecimentos com a mediação do professor em sala de aula, deixando de ser um mero receptor de conhecimentos.

## 3. PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Análise Combinatória tem o papel de facilitar a contagem. Isso deve ser deixado claro para os alunos evidenciando que o Princípio Fundamental da Contagem traz ideias básicas da Análise Combinatória e precisam ser introduzidas com base na intuição dos mesmos, para isso faz-se necessários métodos que facilitem a aprendizagem sem o uso demasiado de fórmulas (PESSOA; BORBA, 2009). Para resolver problemas em que envolvam o Princípio Multiplicativo, o professor Augusto César Morgado<sup>4</sup> sugere uma “boa técnica” que exige do sujeito que está resolvendo esse tipo de situação algumas estratégias.

Lima e seus colaboradores (2013, p. 145) apresentam essas estratégias que são: **1. Postura:** devemos nos colocar no lugar da pessoa que tem o problema a ser resolvido e assim analisar a melhor postura a ser tomada para a resolução do mesmo. **2. Divisão:** é preciso, sempre que for possível, dividir as decisões a serem tomadas, em decisões mais simples, pois isso facilitará a resolução do problema. **3. Não adiar dificuldades:** instrui-nos que, devemos

---

<sup>4</sup> Augusto César de Oliveira Morgado (Rio de Janeiro, 1944 — 2006) foi um professor de matemática brasileiro, autor de vários livros matemáticos, grande contribuinte para o ensino da Análise Combinatória.

tomar primeiro as decisões mais difíceis e deixar as menores restrições por último, porque ao adiarmos as dificuldades podemos criar grandes dificuldades posteriormente, no decorrer da resolução do problema. No desenvolvimento de sua pesquisa, envolvendo resolução de problemas e análise combinatória, Pessoa (2009, p. 72) descreve:

Problemas combinatórios são caracterizados por enumeração direta ou indireta de possibilidades e possuem duas relações básicas presentes em todos os tipos de situações de Combinatória: escolha e ordenação de elementos. Estas são relações que dizem respeito ao modo como os elementos que constituem as distintas possibilidades são escolhidos e se a ordem de disposição destes elementos constitui, ou não, possibilidades distintas.

Ainda em relação a esse tema, Roa e Navarro-Pelayo (2001, apud ALMEIDA; FERREIRA, 2009) destacam que os impasses encontrados em relação a problemas combinatórios aumentam de acordo com o tamanho da solução, quando o problema é mais simples os alunos conseguem acertar um maior número de questões, porém acabam errando problemas em que precisam utilizar esquemas combinatórios, interpretar, utilizar a ordem de combinação e analisar as repetições.

#### **4. CONTEXTO E METODOLOGIA**

A partir da delimitação do problema e a definição do público demos início a uma pesquisa qualitativa. Segundo Borba e Araújo (2013, p. 25), as "pesquisas deste tipo fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações". O público alvo foram alunos do Ensino médio. O critério de participação era que eles ainda não tivessem tido contato com o conteúdo Análise Combinatória neste nível de ensino. Inicialmente foram convidados 10 alunos. Esse convite foi feito de forma aleatória para duas turmas: explicava-se a proposta e eles falavam se tinham interesse em participar da pesquisa. No dia da aula, compareceram quatro alunos, Preta<sup>5</sup>, Jeje, Marquito e João, um número que julgamos suficiente para que a pesquisa fosse realizada.

O experimento de ensino proposto para este trabalho durou 90 minutos e consistia em apresentar para os alunos alguns problemas matemáticos envolvendo o Princípio Fundamental da Contagem, entregar para eles um material manipulável para resolver determinada questão, analisando a forma de resolução e a reação e compreensão deles no contato com esse tipo de material. A primeira autora foi quem ministrou o experimento, com pequena participação da segunda autora.

Segundo Almeida e Ferreira (2009) uma etapa importante em uma pesquisa desse tipo é a escolha dos problemas, eles precisam ser interessantes e desafiadores, levando o aluno a ter um raciocínio combinatório e consiga resolvê-los sem a utilização de fórmulas padronizadas.

---

<sup>5</sup> Pseudônimo da participante, assim como ela, todos participantes da pesquisa são identificados com pseudônimos escolhidos por eles.

É necessário que as primeiras questões sejam mais simples, para que os alunos consigam resolvê-las sem dificuldades de interpretação, pois isso o motiva a continuar resolvendo outras questões posteriores que exijam uma maior dedicação e raciocínio.

Os procedimentos e as falas dos alunos durante a realização dessas aulas foram gravadas em vídeo, depois transcritos e posteriormente analisados. Na análise, priorizou-se os seguintes indicadores: em que momentos eles mais utilizaram o material, momentos em que o material foi dispensável, e momentos em que o material foi facilitador ou dificultoso.

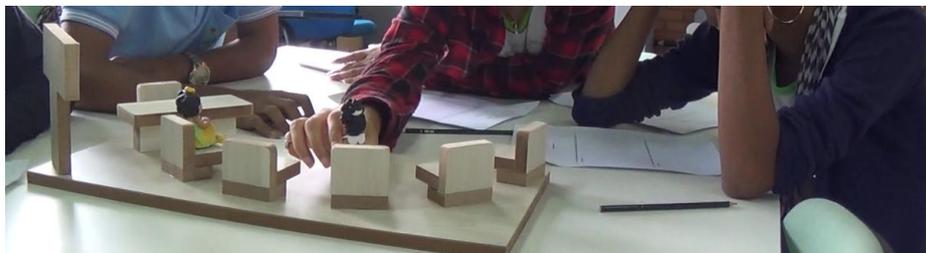
As escolhas das questões foram feitas de acordo com o conteúdo a ser abordado, no caso, Princípio Multiplicativo e o seu método de resolução utilizando o material manipulável. Procuramos selecionar questões que tivesse diferentes níveis de dificuldades e que levassem o aluno a questionar e investigar a técnica de resolução mais adequada. As questões foram selecionadas de alguns livros da editora SBM, uma questão da prova das Olimpíadas Brasileira de Matemática (OBMEP) e uma de um vestibular de uma universidade federal.

## 5. ANÁLISE DA PRÁTICA

As atividades propostas foram desenvolvidas abordando o conceito do Princípio Fundamental da Contagem, através da resolução de problemas e utilizando alguns materiais manipuláveis.

### Estudo da situação problema inicial

A primeira situação problema proposta foi: De quantas maneiras duas crianças podem escolher sentar-se em 5 cadeiras ordenadas?



**Figura 1** - Escolha da cadeira

Fonte: Acervo pessoal

Para a resolução desse problema esperava-se que os estudantes fizessem todas as combinações possíveis, para encontrar o total de possibilidades, ou ainda que pudessem usufruir do raciocínio combinatório desenvolvendo de forma intuitiva o Princípio Multiplicativo que solucionaria a questão. Nesse momento, a primeira autora levou até a mesa o material manipulável. A aluna Jeje começa a ver as possibilidades e vai colocando uma criança em uma cadeira e manipulando a outra e falando:

Jeje: Ela pode sentar, aqui, aqui, aqui... São infinitas possibilidades, meu.

Ela fez todas as possibilidades de escolhas para uma criança, porém não contou. Naquele momento foi perceptível que a participante já estava a identificar o que o problema estava solicitando, porém não conseguia utilizar o cálculo aritmético correto para desenvolver a resolução.

Segundo Batanero (1997) apud Almeida e Ferreira (2009, p. 3):

Os alunos apresentam falhas do tipo aritmético. Os alunos se confundem sobre o tipo de elementos que se combinam, mas sabem *identificar* a configuração combinatória pedida em uma situação-problema, compreender a ordem, a repetição e o enunciado do problema, são capazes de enumeração sistemática, generalização e identificação da combinatória adequada.

É importante salientar que, ao longo da realização da proposta, foram gerados momentos de questionamentos. Este tipo de procedimento foi fundamental para a realização da mesma, pois fazia com que os participantes refletissem sobre o procedimento correto e apresentassem seu entendimento. Vejamos então uma discussão gerada em torno deste momento em que eles estavam com dúvidas na tomada da decisão correta:

1ª autora: E se vocês colocarem a primeira criança ela terá quantas possibilidades?

Todos: 5 possibilidades.

1ª autora: Então a segunda terá quantas possibilidades?

Todos: 4.

Jejé: É  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

1ª autora: Sim, mas se ela resolver sentar-se nessa cadeira daqui haverá quantas possibilidades para a outra?

Todos: Mais 4 possibilidades.

Eles fizeram todas as possibilidades e registrou-se as possibilidades que eles iriam falando na lousa, até que nesse momento uma participante utilizou o material mais uma vez e falou:

Preta: Como ela estaria sentada em uma e tem cinco cadeiras e sobraria quatro já que tem uma sentada aqui, então seria  $5 \times 4$ .

E João confirmou que seria isso mesmo.

Durante a discussão escrever na lousa cada possibilidade de escolha pareceu oportuno, pois eles poderiam refletir sobre o significado de cada uma, de maneira a conduzi-los para a compreensão das características do PFC que seria conceituado posteriormente. Ficou claro que os participantes utilizaram bem o material manipulável, porém sem utilizar previamente o PFC, pois eles foram contando todas as possibilidades de escolhas antes de fazer a multiplicação propriamente dita.

## **O auxílio do material manipulável na compreensão do problema**

A figura 2 mostra os participantes fazendo as manipulações dos materiais que se referem ao seguinte problema: Uma pessoa possui 3 blusas e 4 saias, de quantas maneiras diferentes ela pode se vestir?



**Figura 2** - Resolução do problema a prova das roupas

Fonte: Acervo pessoal

Para a resolução desse problema eles fizeram todas as combinações possíveis utilizando o material manipulável. Os alunos descreveram as possibilidades através da linguagem falada até chegar ao resultado total, realizando a contagem do número de possibilidades.

A seguir discutiremos a resolução do problema: dois casais de namorados homem-mulher, vão sentar-se em um banco de uma praça com 4 lugares. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada? Conforme mostra a figura 3.



**Figura 32** - Manipulação dos objetos que compõem o problema do banco da praça

Fonte: Acervo pessoal

Os participantes estavam combinando a maneira dos casais se sentarem. Sem especificar a fala de cada participante, pois todos participaram da discussão e não foi possível identificar a relação fala/participante.

- Aqui é uma, (se referindo a uma maneira de sentar), duas, três, quatro. Bota ele cá (se referindo a trocar um casal para o outro lado do banco).
- Coloca outro casal para cá.

Eles fizeram esse processo colocando os dois homens entre as mulheres e em seguida colocando os dois homens cada um na extremidade de cada banco, depois trocaram os casais de lados do banco e continuando a discussão até fazer as oito possibilidades. Mesmo este problema contendo restrição, o que pode gerar maior dificuldade na resolução, eles conseguiram chegar à resposta correta. Nesse problema, foi possível observar o comportamento do grupo e as estratégias utilizadas já que os mesmos teriam que perceber

as restrições que iriam valer para chegar ao resultado. Eles conseguiram fazer todas as combinações possíveis obedecendo as restrições trazidas pelo problema, analisando todas as possibilidades de escolha dos casais se sentarem. A utilização de materiais manipulável proporcionou uma melhor compreensão do problema matemático e aliada a isso ofereceu um momento de interação entre os participantes. Isso fez com que houvesse interesse e envolvimento por parte deles.

### **Situação em que o material manipulável não foi requisitado**

No decorrer da aula depois da apresentação de dois problemas, foi exposto para eles a definição do Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo, já destacada em uma escrita anterior. Nesse momento foi feita uma relação das decisões tomadas por eles na resolução das situações problema com o conceito do Princípio Multiplicativo, mostrando as possibilidades de escolha que eles fizeram sem que uma decisão interferisse na outra.

A partir da exposição do conceito do PFC, retomei a discussão da situação problema em que as crianças escolheriam sentar-se de forma ordenadas, questionando aos alunos, se ao invés de serem duas crianças escolhendo sentar-se, fossem três crianças fazendo essa escolha. Assim que li a questão e sem que houvesse tempo para entregá-los o material manipulável eles logo falaram a multiplicação e a resposta correta.

Na resolução de problema como esse, a utilização do material manipulável testando todas as possibilidades poderia tornar o problema cansativo, por isso faz se necessário o auxílio de um cálculo mais ordenado. Os autores Coutinho (2015) e Pessoa e Borba (2010) defendem que o uso de fórmulas deve ser usado como uma ferramenta de apoio em problemas que requerem o processo de contas muito grande. Neste caso, acrescentamos que mesmo com a utilização dos manipuláveis, o uso de formulas deve ser um aliado ao material.

### **A utilização do material manipulável aliado à boa técnica**

Dentre os problemas apresentados, os que eles tiveram mais dificuldades de resolução utilizando somente o material manipulável foi: Uma bandeira é formada por cinco listras que devem ser coloridas usando-se apenas as cores amarelo, vermelho e azul, não devendo listras adjacentes terem a mesma cor. De quantos modos pode ser colorida a bandeira?

Eles começaram a colocar cada placa simulando a cor de cada listra, mas sem enumerar as possibilidades. Eles tentavam contar as possibilidades, mas estavam tendo dificuldades com as escolhas, em um momento:

João: Aí pegou.

Preta: A gente já fez com vermelho aqui?

Marquito: Não. As duas primeiras o vermelho estava cá (se referindo a outra listra da bandeira)

Jeje: Ninguém tá contando, não é?!

Alunos: Quatro.

Marquito: Agora tira essa aqui e coloca para cá.

Marquito: Começa tudo de novo.

Preta: Tem que colocar as três cores.

Marquito: As três? É obrigatório ter as três cores, é?

2ª autora: Não.

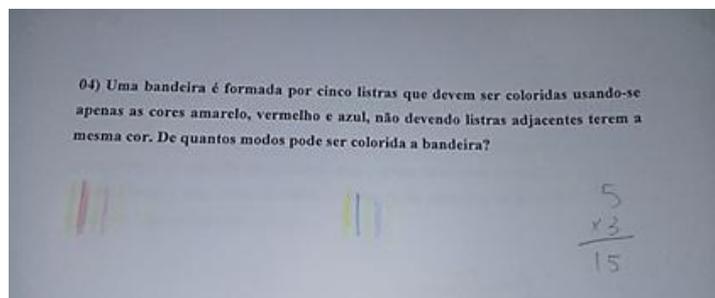
Preta: Não!?

Jejé: Ué!

2ª autora: Você tem a disponibilidade das três cores, mas não tem obrigação de nada.

1ª autora: O que não pode ter é essa cor aqui, igual a essa (apontando para duas listras adjacentes).

Preta achou que o resultado seria 30 porque 3 cores multiplicado por 5 listras seria 15 e vezes 2 cores daria 30, mas desistiu desse raciocínio ao perceber que se duas cores comutassem já formaria uma nova bandeira. A aluna tentou também fazer as possibilidades simulando a pintura de várias bandeiras usando o lápis de cor, como podemos ver na figura 4.



**Figura 3** - Registro na folha de resposta

Fonte: Arquivo pessoal

Os alunos não conseguiam desenvolver a resolução da questão, eles fizeram várias combinações e discussões, chegou um momento em que eles ficaram desanimados. Diante disso, fizemos questionamentos sobre a proposta da "boa técnica" de Morgado apresentada na aula, a fim de levá-los a perceber que na resolução de problemas combinatórios, em alguns casos as condições iniciais devem ser observadas no momento de tomarem as decisões. Para esses tipos de dificuldades enfrentadas pelos participantes, Morgado et. al. (1991, p. 2) cita:

Embora a análise combinatória disponha de técnicas gerais que permitem atacar certos tipos de problemas, é verdade que a solução de um problema combinatório exige quase sempre engenhosidade e compreensão plena da situação descrita pelo problema. Esse é um dos encantos dessa parte da matemática, em que os problemas fáceis de enunciar revelam-se por vezes difíceis, exigindo uma alta dose de criatividade para a solução.

Ao ser lembrado para eles, as etapas de resolução dos problemas, eles conseguiram indicar a resolução correta utilizando o material manipulável disponível.



**Figura 54** - Resolução do problema da montagem da bandeira

Fonte: Arquivo pessoal

É interessante perceber como mostra a figura 5, a maneira como eles utilizam as placas de papel para compor cada listra, já que eles colocam as três listras na primeira bandeira, na segunda já não utilizam a cor que ficou sobre a primeira listra. Na terceira listra, por consequência, já não utilizam a cor que ficou sobre a segunda listra. Isso mostra como eles utilizaram o material como auxílio na resolução do problema a partir do momento que entenderam sobre a atitude correta a tomar. Depois da resolução do problema expliquei para eles sobre a boa técnica associando ao problema da pintura da bandeira. Mostramos para eles, que o equívoco inicial foi a não divisão do problema em situações menores, em etapas. Já que eles quiseram pintar toda a bandeira de uma vez, ocasionando uma maior dificuldade.

A dificuldade da resolução dessa questão, utilizando somente o material manipulável, pode nos fazer refletir sobre a eficácia do uso do material em algumas situações. Houve também a tentativa de resolução utilizando lápis, papel e lápis de cor e mesmo assim não conseguiram obter êxito na resolução. Entretanto, ao haver a utilização do material manipulável aliado à “boa técnica” os alunos se colocaram no lugar da pessoa que pintaria a bandeira, em seguida tomaram a decisão de dividir o problema em etapas, escolhendo uma faixa de cada cor para compor a primeira listra, em seguida, analisaram as restrições do problema. Assim a esta técnica de resolução auxiliou na interpretação do problema e o material colaborou para a visualização das etapas a serem realizadas, pois as faixas ajudaram na hora de fixar as cores nos locais de acordo com as restrições.

### **Situações problema sem a apresentação do material manipulável**

Na lista de questões que nós entregamos para eles, anexamos duas questões que deveriam ser resolvidas sem o uso dos materiais manipuláveis, uma dessas questões, foi:(UF/PE-2004) O mapa abaixo representa a divisão do Brasil em suas regiões. O mapa deve ser colorido de maneira que regiões com uma fronteira em comum sejam coloridas com cores distintas. O número de maneiras de se colorir o mapa, usando 5 cores diferentes, é de:



Nesse momento escolhem suas cores, e começam a pintar e a fazer alguns questionamentos:

João: Sendo que não pode pintar da mesma cor os que?

2ª autora: Tiver fronteira.

Preta: E quantas cores são?

2ª autora: Qualquer cinco.

Preta: Cinco cores?

2ª autora: Você vai escolher cinco cores diferentes.

Preta: Mas aí a gente faz a mesma cor para todos os mapas (se referindo ao mapa dela e dos colegas)?

2ª autora Não. Cada um escolhe.

Jejé: Eu acho que é muito simples.

Marquito: É 120

2ª autora: Como foi Marquito?

Marquito: Eu peguei primeiro a vermelha, aí a vermelha vai ter 5 possibilidades, depois a azul, a azul vai ter 4 e depois foi a preta, a preta vai ter 3 porque a azul e a vermelha já tá (sic) em outras e assim o verde e a laranja, a laranja vai ter 2 e o azul vai ter uma porque as outras quatro cores já foram usadas,

2ª autora: Mas pode repetir cores.

Marquito: Aah! Pode!

A 2ª autora fala que o raciocínio dele estaria correto se não pudesse repetir as cores, mas a questão não traz essa restrição. Eles continuam pintando e tentando ver outras maneiras. Em um momento João tem um raciocínio, mas acha que não é correto. Estimulamos para que ele falasse o que estava pensando, então ele:

João: Esse aqui tem 5 (apontando para uma região), esse aqui que tá fazendo fronteira tem 4, esse aqui que tá fazendo fronteira com esse aqui e o de cá, já foram pintadas, só vai ter 3. Aí seria 3 aqui (escrevendo o número 3 ao lado da região) aqui eu poderia pintar dessa cor de cá que não tá fazendo fronteira, mas só que seria menos essas duas cores (apontando para as regiões vizinhas) seria mais 3, depois tem essa de cá (sic) que pode ser essa ou essa daqui (apontando para duas regiões que não fazem fronteiras com ela) mas não poderia ser essas duas que estão fazendo fronteira seria 5 menos 2 que seria 3, aí eu vou multiplicar 5 vezes 4, 20, vezes 3, 60, vezes 3, 180, vezes 3, dar 520? 520.

Ele descreve a forma correta, conseguindo desenvolver bem o raciocínio combinatório que é de grande importância para a resolução de problemas desse tipo. Naquele momento não percebemos que o aluno tinha resolvido a multiplicação da maneira incorreta, o resultado correto seria 540 e não, 520. A partir das resoluções apresentadas pelos participantes e da explanação do raciocínio combinatório durante a aula, nos leva a concluir que a metodologia de Resolução de Problemas aliada à utilização dos materiais traz grande eficácia para a aprendizagem do tema desenvolvido, pois eles conseguiram compreender o significado do Princípio Multiplicativo e pôr em prática a resoluções das questões opinando sobre cada método resolutivo.

### **Finalizando a análise e discussão sobre os dados coletados**

Para finalizar a atividade, houve uma discussão sobre a eficácia do material como auxílio na resolução desse tipo de situação e os participantes mostraram-se satisfeitos com método desenvolvido, afirmando que o mesmo os auxiliou na resolução dos problemas. Falamos para eles que utilizando a técnica apresentada e tomando a atitude correta, eles se sairiam muito bem em resoluções de problemas desse tipo. Terminamos agradecendo a disponibilidade de todos e ressaltando a grande contribuição que eles teriam para meu trabalho de conclusão de curso.

Nesta prática, em que grande parte da aula, as tarefas foram compartilhadas, os resultados destacaram a importância da resolução de problema e o manipulável no processo de ensino e aprendizagem. Não houve resistência na utilização dos materiais, ao contrário, aparentemente, nas observações feitas durante o experimento de aula ficou nítido que o material agradou a todos, facilitando o entendimento dos alunos e a aplicação dos conceitos introdutórios da Análise Combinatória.

## **6. CONCLUSÃO**

A presente pesquisa analisou as possíveis contribuições dos materiais manipuláveis na resolução de problemas tendo como tema o Princípio Multiplicativo. Para isso contamos com a participação de alunos em um experimento de ensino. Posteriormente, foi analisado o processo acontecido durante a aula e a interação dos alunos com os materiais manipuláveis.

Através da participação dos alunos na resolução dessas questões, podemos constatar que os mesmos realizaram a proposta com entusiasmo e dedicação abrangendo a participação de todos e, como tal, a resolução das mesmas transformou-se num momento estimulante, divertido e motivador. Desta forma, pode se perceber que o subsídio dos materiais manipuláveis, para introduzir um conteúdo matemático, pode tornar o processo de aprendizagem, mais claro e intuitivo. Foi possível observar também, que os alunos utilizaram bem o material manipulável, mas em alguns momentos em que estava nítido o conceito do Princípio Multiplicativo, eles preferiam discutir entre si mesmo recorrer ao cálculo.

Turrioni e Perez (2006) afirmam que o material manipulável possui grande importância na aprendizagem, pois promove a observação, análise, amplia o raciocínio lógico e crítico, constituindo excelente estratégia para auxiliar o discente na construção dos seus conhecimentos. As análises realizadas indicam que o uso de materiais manipuláveis é uma escolha interessante na aprendizagem do Princípio Multiplicativo, entretanto é necessário que seja utilizado de maneira apropriada, esquematizado de acordo com o conteúdo escolhido e os objetivos a serem alcançados. Vale ressaltar a importância do entendimento do conteúdo por parte dos professores precisam ter para ensinar a resolver problemas combinatórios e utilizem estratégias que facilitem a aprendizagem do aluno.

Além disso, podemos perceber o quão é importante aliar o material a "boa técnica". Esta parceria pode ser utilizada para propiciar um melhor entendimento dos problemas. O uso do manipulável utilizando a "boa técnica" mostrou-nos que cada discentes tem uma forma de

SILVA, Luciane Ribeiro da; BÔAS, Jamille Vilas. Contribuições do uso de manipuláveis como estratégia na resolução de problemas sobre o princípio multiplicativo.

desenvolver sua autonomia, o tornando o sujeito ativo e responsável pela construção do seu conhecimento<sup>6</sup>.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Adriana Luziê de; FERREIRA Ana Cristina. **Aprendendo análise combinatória através da resolução de problemas:** um estudo com classes de 9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio. In: IV Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto, 4., 2009, Ouro Preto. Anais. Ouro Preto: UFOP 2009. P 1-20. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/261-1-A-gt11\_almeidae\_ferreira\_ta.pdf>. Acesso em: 10 nov. de 2017.

BORBA, Rute. **O raciocínio combinatório na educação básica.** In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador-BA, 2010.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Introdução. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** In: BORBA, Marcelo de Carvalho. ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.), Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, p. 23-30, 2013.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Introdução. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** In: BORBA, Marcelo de Carvalho. ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.), **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, p. 23-30, 2013.

COUTINHO, Jean Lázaro da Encarnação. **Matemática para o ensino do conceito de combinação simples.** 118p. Dissertação (Mestrado em educação) - Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação, Salvador, 2015.

HARIKI, S. **Conectar problemas: uma nova estratégia de resolução de problemas combinatórios.** Revista Educação e Matemática, n. 37, 1º trimestre de 1996 (Portugal).

LIMA, Elon Lages; WAGNER, Eduardo; CARVALHO, Paulo César Pinto e MORGADO, Augusto César. **Temas e problemas elementares.** 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, S. (Orgs) O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. São Paulo, Autores Associados, p. 3-38, 2012.

MORGADO, Augusto César de Oliveira et al. **Análise combinatória e probabilidade.** Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 1991.

---

<sup>6</sup> Agradecemos à professora Cíntia Karla Alves Souza, ao professor Jean Lázaro da Encarnação Coutinho e ao professor Roque da Silva Lyrio por contribuições realizadas em versão prévia deste trabalho.

SILVA, Luciane Ribeiro da; BÔAS, Jamille Vilas. Contribuições do uso de manipuláveis como estratégia na resolução de problemas sobre o princípio multiplicativo.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. **Quem dança com quem:** o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. Zetetiké: Revista de Educação Matemática, v. 17, n. 31, 2009.

SERRAZINA, Maria de Lurdes Marquês; MATOS, José Manoel. **Didáctica da matemática.** Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

TURRIONI, Ana Maria Silveira; PEREZ, Geraldo. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores.** In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, p. 57- 76, 2012.

VILAS BÔAS, J. **Os materiais manipuláveis e a participação dos alunos na aula de matemática.** 2011. 74 folhas. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2011.